



...Beauty is truth, truth beauty - That is all | Yee know  
on earth, and all yee need to know...

John Keats, *Ode sopra un'urna greca*.

Carlo Felice MANARA

## LA MATEMATICA COME PROMOTRICE DI CULTURA.

### 1 - La matematica "pietra d'inciampo"?

Agli studiosi ed ai cultori di matematica capita spesso di incontrare persone colte ed intelligenti, anche molto intelligenti, le quali dichiarano di "non capire nulla" di matematica; spesso anzi addirittura si vantano di questo fatto; ed insieme manifestano talvolta una grande ammirazione per i cultori di questa scienza. Mi viene la tentazione di interpretare un atteggiamento cosiffatto come la manifestazione, forse involontaria, della coscienza di possedere un certo tipo di superiorità intellettuale per il fatto di comprendere cose "molto più importanti e profonde"; coscienza di superiorità che spesso tenta di mascherarsi con le dichiarazioni di ammirazione. E forse tale sensazione di superiorità ha qualche sua radice remota nel giudizio crociano sulla scienza vista come un coacervo di "pseudoconcetti".

La cosa meriterebbe un'analisi ed una riflessione ben più profonde e vaste di quelle che qui mi sono consentite. Mi limiterò quindi a rilevare che la situazione viene spesso portata all'attenzione del pubblico e degli intellettuali; citerò come esempio un interessante articolo, comparso recentemente in uno dei maggiori quotidiani italiani con il titolo: "La irragionevole pesantezza della matematica". Ne è prova anche il rinascere periodico della disputa sulle "Due culture"; disputa che, a suo tempo, ha visto interventi di molti intellettuali, e che pare non destinata a giungere a conclusione.

Eppure si potrebbe dire che la matematica non soltanto è presente nella storia intellettuale di moltissimi popoli, fin da epoche storiche molto remote, ma la sua esistenza ci si presenta come una costante ricerca di chiarezza e di certezza nella conoscenza. Mi sentirei di dire che, con il passare dei secoli, la matematica si è rivelata sempre più come una chiave di lettura della realtà, o, per meglio dire, una delle chiavi di lettura più efficaci al servizio della scienza. E ciò nel senso che la scienza di oggi ricorre sempre più spesso alla matematica per mutuarne gli strumenti espressivi e deduttivi, e per impostare rigorosamente le questioni dei fondamenti.

Devo tuttavia ricordare che, fin dai tempi più remoti, la matematica ha rivestito anche un carattere quasi misterico; un atteggiamento che ancora oggi permane presso molti. Sarebbe molto difficile esplorare i fondamenti psicologici e tentare di precisare le radici storiche di atteggiamenti cosiffatti.

## 2 - Le radici lontane della scienza dei numeri

È molto difficile scandagliare le origini del concetto di numero; vorrei dire che esso mi pare nato con la nascita del linguaggio e della comunicazione verbale o scritta dei concetti. È pure difficilissimo ricercare l'origine delle convenzioni che i vari popoli hanno escogitato per rappresentare i concetti numerici.

È tuttavia abbastanza comprensibile il fatto che non appena i numeri diventano grandi, e non appena si pongono dei problemi aritmetici, anche quelli che a noi oggi appaiono del tutto elementari, incomincia a delinarsi una certa difficoltà nel dominare questi concetti, e parallelamente una certa quale autorità di coloro i quali sono capaci di escogitare strumenti per rappresentare i numeri e per risolvere i problemi che ai più appaiono complicati e scostanti.

Mi domando se non stia forse in queste circostanze la radice delle riflessioni sul numero, e le ragioni per cui il concetto ha costituito oggetto di ricerca e di meditazione da parte dei filosofi. È appena necessario ricordare l'esempio classico dei Pitagorici, che hanno attribuito dei significati metafisici ai concetti matematici; e non mi soffermerò a ricordare le riflessioni che Platone espone, e che riguardano i concetti fondamentali della matematica: l'uno ed il molteplice.

Sono tentato di pensare che forse quegli aspetti di certezza e di chiarezza che la matematica possiede abbiano esercitato un forte ascendente su certi filosofi, intenti a ricercare le radici dell'esistente. In questo ordine di idee, mi accade spesso di immaginare la storia della matematica come un filo che scorre nel tempo dell'uomo, segnando la sua ricerca della certezza. A questo proposito mi piace qui ricordare quanto scritto da Freudenthal [1]; egli scrive infatti che il vocabolo che in lingua olandese indica la matematica è stato virtualmente coniato dal matematico Stevino (Simon Stevin, 1548-1620) ed è "Wiskunde", ovvero la scienza del certo.

Quale che sia la validità di queste mie congetture mi pare che sia sotto gli occhi di tutti il fatto che nella mentalità corrente (popolare, ma non soltanto in quella) vi sono atteggiamenti psicologici radicati che riguardano certe pretese misteriose caratteristiche dei numeri. Si potrebbe dire che ci sono delle culture che guardano al numero ed in genere alla matematica come ad un dominio misterioso, in cui entrare con mezzi esoterici, per ottenere un dominio sull'universo che non è consentito ai comuni mortali. Ci sono delle fissazioni magiche e cabalistiche riguardanti i numeri, fissazioni che ancora oggi hanno una vita quasi sotterranea, ma non spenta. Circolano dottrine quasi metafisiche sui numeri, che ostentano origini storiche risalenti a Pitagora ed alla sua scuola.

Non dico nulla di nuovo né di strano ricordando che, anche nelle società che si dicono evolute e moderne, sussistono delle preclusioni psicologiche nei riguardi di certi numeri, considerati particolarmente "infausti" o apportatori di sfortuna; così come è chiaro che certi altri numeri (per esempio il sette, il dodici ed altri) sono entrati profondamente nella nostra psicologia, non fosse altro che per la tradizionale scansione del tempo. Gli storici hanno tentato di ricercare le radici di questi atteggiamenti psicologici; a titolo di informazione vorrei ricordare che qualche storico ha analizzato per esempio le convenzioni ebraiche per i nomi dei numeri, ed ha messo in relazione certe particolarità delle convenzioni stesse con lo scrupolo di evitare anche la più lontana assonanza del nome di qualche numero con il nome di Dio [2].

Non è neppure necessario soffermarci sulla vasta letteratura esoterica che riguarda le misure di monumenti misteriosi come le note Piramidi egiziane: qualche entusiasta pretende che nei numeri che quantificano le misure stesse siano scritte profezie importantissime, per noi e per il mondo, che aspettano di essere decifrate.



l'insegnamento, e che il tipo di matematica che si insegna dipende dalla stima che l'insegnante fa, come esseri umani, di quelli a cui l'insegnamento è diretto.

Io vorrei aggiungere che c'è anche una matematica schiava delle utilizzazioni e pronta e affannata sempre a giustificare la propria esistenza con i servizi che può rendere; è questa una matematica che viene stimata ed insegnata puramente come sostegno alle operazioni di misura e di calcolo, e si direbbe costruita e mirata all'asservimento dell'Universo. Ma a me non pare che la sola cosa importante per l'uomo sia il dominio delle forze fisiche: esistono anche la ricerca della chiarezza e della libertà di pensiero, e la ricerca della libertà di creazione e di espressione. Ed a questo proposito si presenta alla mia memoria la bellissima iscrizione che figura sulla tomba di David Hilbert: *Wir müssen wissen, wir werden wissen. (Noi dobbiamo sapere, noi sapremo)*

Se è così, allora vorrei riprendere qui il discorso dell'Autore che ho citato sopra, per riflettere sulla matematica, vista come una chiave di lettura della realtà; e quindi come promotrice di cultura, inteso questo termine nel senso che ho cercato di spiegare; perché in questo caso mi pare si possa dire che la cultura è ricerca di chiarezza nella vita, di armonia con se stessi, con la storia e con l'universo; e quindi si avvicina alla sapienza nel senso classico.

#### 4 - La matematica greca.



Vito Volterra. Il coraggio della scienza.

12 settembre - 9 novembre 2016 [www.cnr.it](http://www.cnr.it)

Volendo impostare il discorso secondo ciò che ho detto finora, mi pare che si debba necessariamente partire parlando della matematica dei Greci; una matematica che credo meriti in pieno l'aggettivo di "solare" che ho impiegato poco sopra. Mi è capitato di dire in varie occasioni che il trattato degli "Elementi" di Euclide mi appare come una specie di miracolo intellettuale, che non ha confronti con le conoscenze matematiche, pur pregevoli, delle civiltà precedenti la greca.

E questo giudizio è basato sul fatto che la matematica greca possiede quelle fondamentali doti di astrattezza, di generalità e di rigore espositivo che hanno fatto, per secoli, del trattato euclideo il paradigma del trattato scientifico; si trovano infatti enumerati i termini che verranno impiegati, enunciate le proposizioni che si danno senza dimostrazione (i celebri postulati), e dimostrate le altre.

Era quindi ben giustificato e fondato il pensiero che Vito Volterra espone a colui che era ai suoi tempi un capo molto potente, e che doveva in seguito farsi celebrare come il "Fondatore dell'Impero". Scrisse Volterra: "Muoiono gl'imperi, ma i teoremi di Euclide conservano eterna giovinezza."

Si direbbe che nell'opera del grande geometra greco la realtà materiale diventi, per così dire, trasparente, non soltanto per la nostra immaginazione che costruisce immagini mentali, ma anche, e direi soprattutto, nel senso intellettuale. Ciò che aumenta la mia ammirazione per la matematica greca è anche il fatto che essa era solo un aspetto del pensiero greco: in particolare

vorrei sottolineare il fatto che non soltanto i Greci ci hanno tramandato un'imponente massa di risultati, ma anche hanno iniziato la meditazione metodologica e filosofica sulle verità matematiche. Si trovano infatti in Aristotele ed in Euclide quelle analisi fondamentali sulle procedure per dimostrare irrefutabilmente la verità e per risolvere i problemi; tali procedure vennero codificate dalla civiltà alessandrina, in particolare da Proclo, ed ancora oggi vengono ricordate con i nomi di "analisi" e di "sintesi".

Effettivamente si potrebbe dire che la matematica si presenta al pensiero filosofico greco come il paradigma della dottrina chiara e certa, ed in questo senso viene citata da Platone e da Aristotele. Essa fornisce inoltre i fondamenti per una visione matematica della fisica; visione che è adottata, come è noto, da Platone che trae dalle forme geometriche dei primi quattro poliedri regolari la spiegazione della natura intima dei quattro elementi che si pensavano costituenti fondamentali della materia [3].

Penso che valga la pena di ricordare che l'idea di spiegare le proprietà della materia con la forma delle particelle elementari che la compongono fu ripresa, secoli dopo Platone, all'inizio della chimica modernamente intesa. Ed è appena necessario ricordare i complicatissimi modelli spaziali di molecole organiche che vengono costruiti dai chimici moderni.

È bene ricordare che la matematica greca non si esaurisce con l'opera euclidea riguardante la geometria. Sarebbe troppo lungo dare qui una rassegna esauriente di tutti gli apporti del pensiero classico in questo ambito; ma non si può passare sotto silenzio il nome di Archimede; in particolare vorrei ricordare il "Metodo", perché introduce considerazioni meccaniche nella soluzione di problemi geometrici. Questa che è, per così dire, una "rottura" dello stile classico di esposizione pare a me un sintomo della procedura che oggi viene chiamata "euristica", elevata a dignità di metodo per la ricerca della verità. E vorrei riallacciarmi a quanto ho detto poco fa a proposito dei numeri considerati grandi, e quindi guardati dalla nostra immaginazione con una specie di timore reverenziale, che mette in contiguità il concetto di numero grande con l'infinito filosofico; ma il genio di Archimede non accettò questa rinuncia alla chiarezza, e con l'Arenario affrontò anche il problema dei numeri grandissimi, dimostrando che anche in questo caso è possibile costruire concetti e strumenti espressivi per dominare queste realtà che, a prima vista, paiono superare irrimediabilmente la nostra intelligenza. E non vorrei lasciare questo argomento senza ricordare la problematica degli "isoperimetri", pure affrontata dalla matematica greca; problematica che apre il capitolo, del tutto nuovo, della ricerca di situazioni ottimali sotto certe condizioni, ricerca che diventerà uno stimolo fondamentale per la costruzione dei metodi infinitesimali della matematica del Rinascimento.

La ristrettezza dello spazio mi consiglia di chiudere queste considerazioni; mi limito quindi ad osservare che l'innegabile e fondamentale influenza che il pensiero greco ha avuto sullo sviluppo di tutta la nostra cultura è, per così dire, intrisa di pensiero matematico: e la matematica greca costituisce una delle principali realizzazioni della chiarezza, e della profonda e dominante razionalità che il pensiero greco ha donato a tutta l'umanità successiva.

## 5 - La matematica linguaggio della scienza.

Ho parlato del prodigio intellettuale compiuto da Archimede nel trattare i numeri molto grandi. Vorrei osservare ulteriormente che tale prodigio è stato compiuto in un ambiente matematico che non possedeva strumenti comodi ed efficaci per rappresentare i numeri. L'importazione nel mondo occidentale delle convenzioni indiane per la scrittura dei numeri costituisce a mio parere una tappa di importanza incancellabile per la nostra cultura. È noto che tale importazione è dovuta al matematico Leonardo Pisano, detto il Fibonacci [1170-1250]. Si sa che queste convenzioni sono usate ancora oggi in tutto il mondo civile, e le regole per il loro impiego sono insegnate nelle nostre scuole elementari; e ciò è indizio dell'importanza e della vastità.

Le conseguenze di questa che si potrebbe chiamare una rivoluzione linguistica maturarono nei secoli successivi, ed assunsero un peso predominante con la nascita della scienza rinascimentale.

Non posso ovviamente ricordare tutti i passaggi di quest'altro miracolo intellettuale, e devo limitarmi a richiamare di passaggio alcuni episodi che mi si presentano più utili degli altri per il tema che vorrei svolgere.

Il primo di questi mi sembra essere la esplicita proclamazione della matematica come linguaggio della scienza della natura. Questa proclamazione è stata fatta da Galileo, il quale ha parlato esplicitamente della "lingua in cui è scritto il gran libro dell'Universo"; ed ha dichiarato che la matematica è questa lingua, e che la sua conoscenza è condizione necessaria perché noi possiamo leggere nel "gran libro" [4]. E per chi rifletta sull'importanza che una lingua ha sulla nascita, sullo sviluppo e sulla diffusione di una cultura le parole del grande pisano costituiscono la conferma della profondità dell'azione di stimolo che la matematica ha sulla nostra cultura.

Il secondo degli episodi salienti che vorrei ricordare è la comparsa della "Géométrie" di Cartesio [5]. È interessante per me osservare che la prima edizione di quest'opera apparve come un'appendice del "Discours de la Méthode". Ciò conferma la mia opinione sullo stretto collegamento che Cartesio vedeva tra il metodo generale della ricerca della verità e la matematica. In certo modo si potrebbe dire che la Géométrie è il primo esempio di teoria fisico - matematica modernamente intesa: un'opera cioè che utilizza il linguaggio matematico per rappresentare gli oggetti di una realtà in certa misura estranea al linguaggio stesso. Tale realtà viene non soltanto rappresentata, ma anche indagata, nel senso che le proposizioni della dottrina sono espresse nel nuovo linguaggio, ed i problemi sono formulati in modo che la procedura di analisi, codificata dai classici, acquisti ora l'aspetto di un calcolo, cioè dell'applicazione delle leggi sintattiche del linguaggio adottato. E credo che ciò giustifichi ampiamente l'espressione "Geometria analitica" con cui oggi viene ricordato l'insieme di questi metodi.

Non posso seguire tutti gli sviluppi che la matematica ha vissuto nei secoli successivi; mi limito ad osservare il grande numero di modelli, che la scienza di oggi costruisce per conoscere la realtà; ed in questa costruzione l'immaginazione, l'astrazione, l'induzione e la deduzione entrano in vari modi ed in vari momenti per costruire un'immagine sempre più valida e sempre più completa della realtà che riempie la nostra esperienza quotidiana. In questa costruzione di modelli, formulazione di leggi e costruzione di teorie la matematica entra sostanzialmente a fare da linguaggio, cioè da strumento di rappresentazione, di deduzione e di comunicazione.

Recentemente mi è capitato di leggere che "L'intelligenza è la capacità di cogliere le analogie tra cose apparentemente diverse, e cogliere le diversità tra cose apparentemente simili." Non sono così ingenuo da presentare questa frase ad effetto come la definizione dell'intelligenza. Ma mi pare di poter dire che la frase colga un aspetto dell'intelligenza, aspetto che mi pare importante: la capacità di analisi, di cogliere quella che si potrebbe chiamare la "struttura concettuale portante" delle cose, che sta sotto le apparenti diversità esteriori. E vorrei aggiungere che nell'impresa, sempre intrapresa e sempre rinnovata, di costruire un'immagine matematica del mondo si realizzi proprio questa operazione di cercare una struttura portante essenziale, che coglie le somiglianze tra enti che ci appaiono diversi, ma sa ritrovare le differenze, senza lasciarsi illudere dalle apparenti somiglianze.

## 6 - L'analisi dei fondamenti, schema metodologico generale.

Non voglio chiudere queste mie brevi considerazioni senza ricordare anche un altro compito di stimolo che la matematica assolve sulla cultura; direi che questa azione viene alla matematica dalla crisi che essa ha vissuto nel periodo a cavallo tra l'Ottocento e il Novecento; crisi che viene abitualmente ricordata con riferimento alla ricerca dei fondamenti delle proprie certezze. Gli studi che miravano a chiarire questi problemi, ed a ricercarne le soluzioni, portarono alla fondazione di quella che viene abitualmente chiamata "Logica simbolica"; e non si può negare che a questi sviluppi abbia contribuito anche l'evoluzione dell'algebra. Si potrebbe dire che questa dottrina, squisitamente matematica, inizialmente diretta quasi esclusivamente ai problemi della risoluzione delle equazioni, è diventata uno dei pilastri della matematica modernamente intesa; e ad una

riflessione, anche superficiale, appare chiaro che la logica simbolica e le sue procedure dovevano quasi necessariamente avere molti punti di contatto con l'algebra. Oso dire che la moderna informatica, con i suoi sviluppi spettacolosi dei quali sono pieni i mezzi d'informazione, non esisterebbe se non fosse stata preceduta dall'algebra astratta e dalla logica simbolica.

Da questi fenomeni intellettuali è risultato sempre più chiaro che la matematica non è più rinchiudibile nello schema classico di "scienza dei numeri" o "scienza della quantità" (schema che è forse ancora oggi adottato da molti), ma sta diventando sempre più il quadro metodologico generale che abbraccia molte regioni dell'universo scientifico.

Vorrei aggiungere che la crisi dei fondamenti di cui ho detto è stata in certo modo esemplare anche per altre ragioni. Infatti da queste riflessioni è apparsa chiara anche la strada per giungere ad una comprensione più profonda del significato e della portata del procedere scientifico. Invero siamo stati costretti e prendere chiaramente coscienza di ciò che già il genio di Pascal aveva esplicitamente intuito [6]: siamo cioè stati costretti a tener conto del fatto che non è possibile definire tutto. Ciò è stato sconsolatamente giudicato da Pascal come un sintomo della limitatezza radicale della nostra mente. E ciò ci conduce oggi a ricorrere, nella costruzione di una teoria, alla cosiddetta "definizione assiomatica" o "definizione d'uso". Non mi è possibile approfondire ulteriormente l'argomento, per dimostrare la sua importanza ed il significato epistemologico che esso assume ai miei occhi.

Concludo quindi ricordando l'iscrizione che si dice campeggiasse all'entrata dell'Accademia platonica: "Non entri nessuno che non sia geometra". Non è mia intenzione escludere alcuno dalla conoscenza e dalla scienza; né pretendo di imporre delle condizioni perentorie che escludano qualcuno, perché sono convinto che la matematica non esaurisca tutta la conoscenza e la scienza; spero soltanto di aver mostrato, almeno in parte, la vastità e lo splendore di una attività spirituale ed intellettuale che non mi pare sia l'ultima ad innalzare e ad onorare lo spirito dell'uomo.

*"...La semplice immaginazione non implica per sua natura alcuna certezza, quale è connessa invece ad ogni idea chiara e distinta, ma, per poter esser certi delle cose che immaginiamo, si deve necessariamente aggiungere qualche altra cosa, e cioè il ragionamento..."* [Baruch Spinoza. Tractatus theologico-politicus.]

[1] Hans Freudenthal: Revisiting mathematical education. China Lectures. [Tradotto in italiano da Carlo Felice Manara col titolo: "Ripensando l'educazione matematica." Brescia, 1994]

[2] Cfr. Geneviève Guitel. Histoire comparée des numérations écrites. Paris (1975)

[3] Platone. Timeo. V,e

[4] Galileo Galilei. Il saggiaiore

[5] René Descartes. La Géométrie

[6] Blaise Pascal. De l'esprit géométrique et de l'art de persuader

Ancona, 3 ottobre 1998

*Testo rieditato da file, agosto 2016*

NdR La conferenza fu tenuta al settimo Convegno storico-scientifico dal titolo: "Il pensiero scientifico nelle culture del mondo", Università di Ancona, 1 - 3 ottobre 1998. Gli atti del Convegno non furono pubblicati per mancanza di fondi.

La lunga collaborazione degli anni '90 nella serie dei Convegni annuali storico-scientifici di Ancona (I.R.R.S.A.E. - Marche) è descritta nel Sito da Adele Repola, nel suo scritto [CARLO FELICE MANARA – Una testimonianza di lunga collaborazione. Elenco degli interventi.](#)

[Sezione DIVULGAZIONE -> Corsi Conferenze Seminari]

(\*) Sui *quadrati magici*, si può vedere ad esempio l'articolo all'indirizzo

<http://matematica-old.unibocconi.it/quadratimagici/home.htm>

Molti altri utili riferimenti si trovano nel sito <http://matematica.unibocconi.it>

dove è anche reso disponibile il Pdf dell'articolo di Vanni Gorni: *Le magie dei quadrati*, all'indirizzo:

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/le-magie-dei-quadrati>

Inseriamo nel Sito come documentazione anche l'articolo in *Scuola e Didattica*, XXXI, 15 maggio 1986, pp.91-92, di Maria Luisa Caldelli e Laura Giovannoni (Mathesis Bologna): [La matematica dei quadrati magici.](#)

